

基于三维非线性有限元的边坡稳定分析方法

刘耀儒, 杨 强, 薛利军, 周维垣

(清华大学 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 刚体极限平衡法不能反映岩体中实际的应力分布, 而基于有限元的强度折减系数法在判断收敛性方面存在一些问题。为了解决这些问题, 采用多重网格法, 分别建立用于有限元计算的结构网格和用于计算滑面稳定安全系数的滑面网格, 可以方便地获得任意滑面或滑块的稳定安全系数, 从而将非线性有限元和极限平衡分析结合起来。为了提高计算规模和计算精度, 采用有限元并行计算程序 TFINE.Pfem 进行计算, 分析了网格密度对计算结果精度的影响, 并应用于锦屏高边坡的稳定分析中。与刚体极限平衡法结果的对比分析表明, 由于考虑了计算过程中的非线性应力调整, 该方法的计算结果比刚体极限平衡法偏大, 而且更符合实际情况。

关 键 词: 边坡; 稳定; 多重网格法; 有限元方法; 并行计算

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Slope stability analysis based on 3-D nonlinear finite element method

LIU Yao-ru, YANG Qiang, XUE Li-jun, ZHOU Wei-yuan

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The adjustment of nonlinear stress is not taken into account in the limit equilibrium analysis of rigid body; and it is difficult to judge the convergence of the shear strength reduction method with FEM. To solve these problems, based on multi-grid method, structure grid for nonlinear FEM and sliding surface grid for calculating safety factor were established separately. So the sliding safety factor of arbitrary sliding surface or sliding blocks can be obtained. Thus limit equilibrium analysis can be integrated with nonlinear FEM. To increase calculating scale and speed, a 3-D parallel finite element code based on element-by-element method, TFINE.Pfem, is developed and used. The influence on result precision by grid were analyzed. Then it is applied to the stability analysis of Jinping high slope. The contrast analysis show that the safety factor obtained from the method proposed is larger than that of limit equilibrium analysis of rigid body because of considering of adjustment of nonlinear stress. The method proposed is accord with real conditions.

Key words: slope; stability; multi-grid method; finite element method; parallel computing

1 引 言

目前, 常用的边坡稳定分析方法为刚体极限平衡法和有限元法^[1,2]。前者通过分析岩体滑块在破坏那一刻的平衡来求得滑块的滑动安全系数, 判断边坡是否稳定, 该方法概念清晰、计算简单, 但是不能考虑结构的变形效应, 而且假定滑动面同时达到极限破坏状态, 不能反映滑动面的真实状态; 有限元方法能给出边坡中的应力场和位移场, 但是无法给出明确的安全系数。虽然许多学者基于有限元、采用强度折减系数法^[3]来获得边坡的稳定安全系

数, 但是该方法需要根据某种破坏判据来判定系统是否进入极限平衡状态, 例如: 限定迭代次数、限定节点不平衡力与外荷载的比值大小等, 会不可避免地带来一定的人为误差, 在实际应用中受到一定的限制。

本文基于三维非线性有限元方法, 采用多重网格法来计算滑块的稳定安全系数, 将非线性有限元和极限平衡分析方法^[4,5]有机结合在一起, 充分考虑了变形和岩体弹塑性应力调整对边坡稳定的影响。为了解决精细模拟地质条件带来的计算规模和计算量大的问题, 采用并行三维非线性有限元计算程序

TFINE.Pfem 进行边坡稳定分析的三维非线性有限元分析。通过锦屏高边坡的算例,在对网格密度对结果精度的影响进行分析的基础上,对稳定性进行了分析,得到了典型滑块的稳定安全系数,并和刚体极限平衡法进行了对比,分析了两种方法产生区别的内在根源。

2 基于有限元的极限平衡分析

2.1 滑块的极限平衡分析

如图1所示的典型边坡稳定分析,采用刚体极限平衡法,滑移体由3个结构面(上游侧滑面 $F1$ 、下游侧滑面 $F2$ 和上游拉裂面 $F3$)与临空面构成的块体。失稳岩体主要承受的荷载包括岩块自重 W ,作用在结构面上的渗透压力 U_1, U_2, U_3 和岩体抗力。考虑滑动块体沿交线 OM 的滑动模式,此时可假设拉裂面 NOL 面拉开,不存在法向反力 R_3 和切向力 S_3 ,但存在渗透压力 U_3 ,并假设上游侧滑面和下游侧滑面同时达到极限状态,且切向力 S_1, S_2 平行于交线。这些假定意味着只有3个未知数, R_1, R_2 和 S_1+S_2 ,由3个力的平衡条件可以确定,进而可求出稳定安全系数 K_c :

$$K_c = \frac{f_1(R_1 - U_1) + c_1 A_1 + f_2(R_2 - U_2) + c_2 A_2}{S_1 + S_2} \quad (1)$$

式中: $R_1, S_1, U_1, A_1, f_1, c_1$ 分别为上游侧滑面法向力、切向力、渗透压力、面积和剪、摩系数; $R_2, S_2, U_2, A_2, f_2, c_2$ 分别为下游侧滑面法向力、切向力、渗透压力、面积和剪、摩系数。

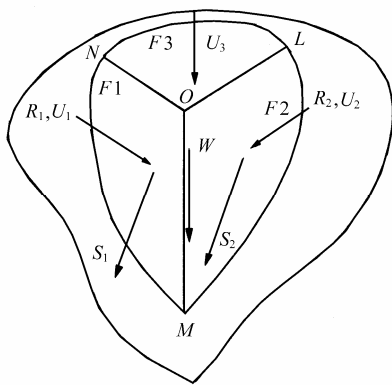


图1 典型边坡的滑块计算简图
Fig.1 Typical block of slope design

用有限元法计算块体受力时,已经考虑了渗透压力,故上式中的 U_1, U_2 不予计入。另外,计算出的滑面切向力 S_1, S_2 的方向一般都不平行于交线 OM ,如图2所示。因此,计算滑块安全度时要根据二者夹角,投影到 OM 上再进行计算。此时,基于有限元法的块体安全度 K 的计算公式如下:

$$K = \frac{f_1 R_1 + c_1 A_1 + f_2 R_2 + c_2 A_2}{S_1 \cos \alpha_1 + S_2 \cos \alpha_2} \quad (2)$$

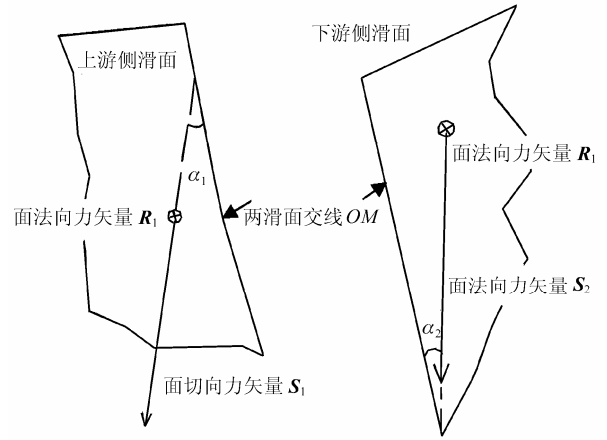


图2 面切向力与块体交线夹角示意图
Fig.2 Deflection angle from intersectant line to surface tangent design

若考虑滑面内的材料分区,块体安全度计算公式应修正为

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n (f_{1i} R_{1i} + c_{1i} A_{1i}) + \sum_{i=1}^m (f_{2i} R_{2i} + c_{2i} A_{2i})}{\sum_{i=1}^n (S_{1i} \cos \alpha_{1i}) + \sum_{i=1}^m (S_{2i} \cos \alpha_{2i})} \quad (3)$$

式中: n 为上游侧滑面材料分区数; m 为下游侧滑面材料分区数; f_{1i}, c_{1i} 分别为上游侧滑面各材料分区剪、摩系数; f_{2i}, c_{2i} 分别为下游侧滑面各材料分区剪、摩系数; A_{1i} 为上游侧滑面各材料分区面积; A_{2i} 为下游侧滑面各材料分区面积; R_{1i}, S_{1i} 分别为上游侧滑面各材料分区法向力与切向力; R_{2i}, S_{2i} 分别为下游侧滑面各材料分区法向力与切向力; α_{1i} 为上游侧滑面各材料分区切向力与交线夹角; α_{2i} 为下游侧滑面各材料分区切向力与交线夹角。

同样,也可得到滑面的安全度计算公式。例如,对于上游侧滑面,其滑动安全度为

$$K_1 = \frac{f_1 R_1 + c_1 A_1}{S_1} \quad (4)$$

2.2 多重网格法

三维有限元的应力成果和结构网格有关,高斯点上的成果精度最高。如何将有限元计算的应力结果映射到滑动面上,是基于有限元的极限分析中的一个关键问题。本文提出了一种多重网格法^[6,7],即将滑面(平面或曲面)剖分成平面或曲面网格,该网格与结构网格相互独立,如图3所示。而滑面上各个节点的应力由结构网格上高斯点的应力插值得到。例如,对于滑面 P 中的 A 节点,首先搜索与其

距离最近的高斯点 B , 取其所在单元 M 的所有高斯点进行应力插值 (假设单元均采用 8 个高斯积分点):

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^8 \sigma_{ij}^{(k)} S_k, \quad S_k = 1 / (L_k^n \sum_{k=1}^8 \frac{1}{L_k^n}) \quad (5)$$

式中: σ_{ij} 为滑面网格上结点 A 的某一应力分量; $\sigma_{ij}^{(k)}$ 为单元 M 第 k 个高斯点的某一应力分量; S_k 为单元 M 第 k 个高斯点的权函数; L_k 为 A 与第 k 个高斯点间的距离。当指数 $n=0$ 时, A 点应力为 8 个高斯点应力的算数平均; 当 $n \rightarrow \infty$ 时, A 点应力就是最近高斯点应力。经计算比较, 本文取 $n=2$ 。理论上, 在自重应力场作用下, 上游侧滑面、下游侧滑面和后缘拉裂面的合力应与块体自重平衡, 方向为竖直方向。利用这一点可以验证多重网格的精度。对锦屏左岸变形拉裂岩体的计算表明, 当 $n=2$ 时, 得到的三面的合力方向偏离铅直方向约 5° , 合力大小和自重相差约为 6% , 计算精度满足要求。

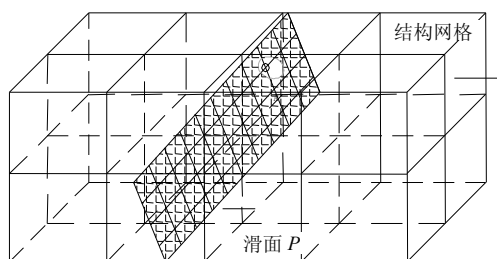


图 3 滑面与结构网格示意图

Fig.3 Sliding surface and structural mesh design

要求滑面 P 的合力, 需先将每一个四边形单元分为①和②两个三角形, 如图 4 所示, 单元力矢量为两个三角形上力矢量的和。单元中任意一个三角形上的力矢量 (例如三角形①) 按下式计算:

$$\mathbf{F}_i = \sigma_{ij} \mathbf{A}_j \quad (6)$$

式中: $\mathbf{F}_i$ 为某一单元其中一个三角形上的力矢量; σ_{ij} 为该单元中其中一个三角形所有节点应力矢量的平均值, $\sigma_{ij} = \frac{1}{3}(\sigma_{ij}^{(A)} + \sigma_{ij}^{(B)} + \sigma_{ij}^{(C)})$; $\mathbf{A}_j$ 为该单元其中一个三角形的面积矢量, $\mathbf{A}_j = \overline{BC} \times \overline{BA} / 2$ 。

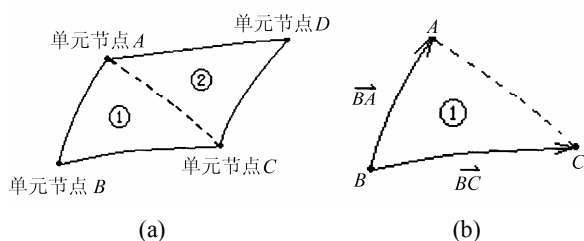


图 4 面积矢量示意图

Fig.4 Area vector design

将滑面上各单元法向矢量加和求平均, 得到滑面的平均法向矢量, 然后将各单元的力矢量加和得到的合矢量投影到滑面平均法向上, 即可得到滑面的法向合力, 另一分量即为滑面的切向合力。由此可确定各滑面上的面安全度及块体的整体安全度。

3 边坡稳定分析实例

上述边坡稳定分析方法已经集成到 TFINE 程序及其并行版本 TFINE.Pfem 程序中, 其中 TFINE.Pfem 程序采用 C/C++ 语言和 MPI 通信标准编制, 已经在清华大学计算机系高性能计算科学研究所的可扩展高性能集群计算机系统中实现^[8,9]。TFINE 和 TFINE.Pfem 可以使用 FLAC^{3D}、Marc 和其他程序提供的应力和安全度数据进行抗滑稳定分析, 可以清晰明了地表示各切面应力及其分布和变化规律。在程序验证的基础上, 成功地应用于锦屏一级水电站的高边坡稳定计算分析中。

3.1 计算模型

锦屏一级水电站的开挖边坡最高达 200~300 m。坝址区断层、层间挤压错动带、节理裂隙等构造结构面发育, 特别是左岸坡体内存在的深部裂缝, 其走向与岸坡近于平行, 倾向坡外, 对边坡稳定不利。

锦屏一级左岸边坡的有限元计算模型如图 5 所示, 其中包含 139 536 个单元、149 585 个节点。计算采用 Drucker-Prager 屈服准则, 模拟了整个开挖过程, 从缆机平台开挖一直模拟到拱肩槽完全开挖完成, 共包含 17 个开挖步。采用拟静力法考虑横河向地震荷载, 峰值加速度为 $0.1g$ 。整个三维非线性有限元的计算量非常巨大。

左岸边坡稳定有两个关键块体, 如图 6 所示。

(1) 滑移块 1: 左岸的 NNW 向裂密带 + 煌斑岩脉 + f_{42-9} 断层。

(2) 滑移块 2: 左岸的 NNW 向裂密带 + 卸荷裂隙 + f_{42-9} 断层。

对于各种构造, 计算采用的材料参数如表 1 所示。

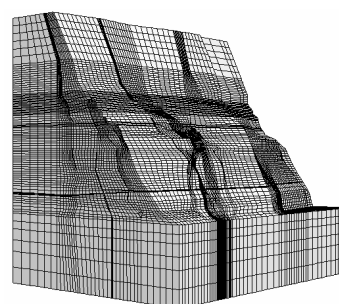


图 5 计算网格

Fig.5 Calculation mesh

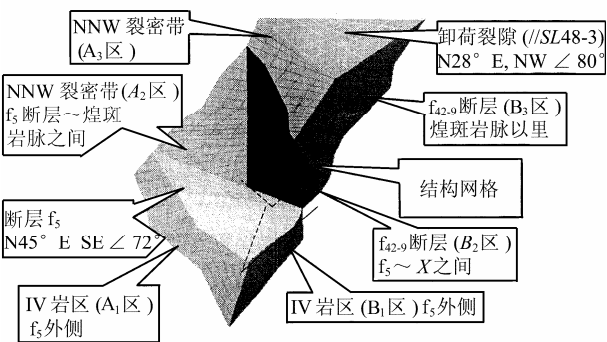


图 6 关键滑移块体
Fig.6 Key sliding block

表 1 左岸边坡稳定分析参数
Table 1 Material parameters of left slope

块体边界	分区	c /MPa	摩擦系数 f
NNW 向裂隙密集带 (NW18°, SE65°)	A3	0.55	0.68
	A2	0.17	0.36
断层 f42-9 (NE 80°, SE48°)	B3	0.31	0.5
	B2	0.02	0.3
IV 岩体 (NE10°, SE15°)	A1 和 B1	0.6	0.7
煌斑岩脉	/	0.4	0.6
f5 断层	/	0.02	0.3

3.2 网格密度对结果的精度影响分析

计算块体只有自重作用下的合力, 设 X 方向(横河向)和 Y 方向(顺河向)的合力为 T_{xy} , Z 方向(竖直向)的合力为 T_z 。由于只受重力作用, 因此, 理

想状况下, 有 $T_{xy}/T_z = 0$ 。但是实际计算中由于各种误差的存在, 该比值不可能为 0。因此, 通过该值可以衡量计算的精度。本文对不同的网格密度进行了对比。对于不加密网格(单元数目为 17 442), 数值计算结果为 $T_{xy}/T_z = 5\%$; 对于加密网格(单元数目为 139 536), 数值计算结果为 $T_{xy}/T_z = 1\%$ 。可以看到, 加密网格对数值计算精度的影响是很明显的。除了影响块体的安全系数的计算结果外, 还会对滑块的滑动面上的正应力和剪应力的分布产生影响。因此, 加密网格、采用大规模数值计算技术可以有效提高本文算法的精度。

3.3 计算结果分析

通过三维有限元计算, 根据多重网格法, 可以得到各滑面中各材料分区的应力分布和受力情况, 从而可以得到各滑面的受力情况, 由式 (3) 可以得到滑块的安全系数, 如表 2 所示。

由上述结果可得如下结论:

(1) 滑块 1 的体安全度在未开挖、开挖至坝顶、完全开挖时分别为 1.35, 1.39, 1.36, 表明开挖至坝顶减载作用明显。完全开挖后, 挖坡脚的作用有所体现, 减载仍较明显。

(2) 滑块 2 的体安全度未开挖、开挖至坝顶、完全开挖分别为 1.434, 1.67, 1.74, 表明对于该滑块, 由于靠近外侧开挖影响更显著, 开挖过程中, 减载作用更为明显。

表 2 滑块的受力情况和安全度
Table 2 Data and safety factor of block

滑块序号	开参数	未开挖	未开挖+地震	开挖至坝顶	完全开挖	完全开挖+地震
1	滑动力/ 10^4 N	15 778 410	17 373 251	14 003 791	12 476 646	13 691 487
1	滑阻力/ 10^4 N	21 341 244	20 845 583	19 453 029	17 016 638	16 681 903
1	安全度	1.352 56	1.199 867	1.389 126	1.363 879	1.218 414
2	滑动力/ 10^4 N	5 635 327	6 083 809	4 027 523	2 489 246	2 658 163
2	滑阻力/ 10^4 N	8 082 853	7 878 520	6 742 168	4 328 428	4 207 735
2	安全度	1.434 318	1.294 998	1.674 024	1.738 851	1.582 949

(3) 在考虑水平向的地震荷载后, 各滑面上的法向力减小, 滑阻力减小, 切向力增加; 滑动力增加影响后, 块体的安全度有所减小。例如: 滑块 1 未开挖时由 1.35 降到 1.199; 完全开挖后由 1.36 降到 1.22。对于滑块 2, 未开挖时由 1.43 降到 1.29; 完全开挖后由 1.74 降到 1.58。

3.4 与常规刚体极限平衡法的对比

与常规刚体极限平衡法相比, 主要区别如下:

(1) 计算状态不同: 本文算法采用非线性有

限元进行应力计算, 考虑了非线性应力调整的影响, 比较符合实际受力状态, 相应计算得到的边坡稳定安全系数比较符合实际情况; 刚体极限平衡法计算的是极限破坏状态, 滑动面反力是根据滑动块体的平衡计算得到的, 考虑的是极限滑动状态, 计算相对比较保守。

(2) 渗流荷载的比较: 本文算法在应力计算中就考虑了渗流荷载, 在稳定安全度计算中不再考虑渗透压力的作用; 而极限平衡法中渗流荷载是通

过在拉裂面作用渗透压力体现渗流荷载的。

采用刚体极限平衡法, 滑块 1 的安全度分别为 0.975 (未开挖) 和 0.938 (天然+地震); 滑块 2 的安全度分别为 0.911 (未开挖) 和 0.876 (天然+地震), 均比上述方法得到的值小, 其原因是刚体极限平衡方法没有考虑岩石非线性对计算结果的影响, 而本文算法考虑了计算过程中的非线性应力调整, 较好的岩石承担的荷载比重较大所致。从这个意义上讲, 本文所提方法更符合实际情况。

4 结 语

采用多重网格法, 通过建立两套不同的网格, 即用于有限元计算的结构网格和用于计算滑面稳定安全系数的滑面网格, 从而可以方便地得到任意滑面或者滑块的稳定安全系数, 也考虑到了非线性变形及弹塑性应力调整对稳定安全系数的影响。同时, 采用有限元并行计算程序, 可以提高有限元的计算规模, 得到滑面上精确的法向力、剪切力分布及变化情况, 进而提高滑块的计算精度, 从而可对滑块体变形直至失稳的全过程进行深入的分析, 为加固措施的实施提供更符合实际的指导。通过该项研究, 可以更深刻地认识高边坡的变形和稳定机制, 为高边坡的预警和防治提供了很好的基础。

参 考 文 献

- [1] James Michael Duncan. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1996,122(7): 577—596.
- [2] 陈祖煜, 汪小刚, 杨键, 等. 岩质边坡稳定分析-原理方法程序 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.
- [3] 张鲁渝, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 有限元强度折减系数法计算边坡稳定安全系数的精度研究 [J]. 水利学报, 2003,(1): 21—27.
ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, et al. The feasibility study of strength-reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability [J]. **Journd of Hydraulic Engineering**, 2003, (1):21—27.
- [4] Jongmin Kim, Rodrigo Salgado, Junhwan Lee. Stability Analysis of Complex Soil Slopes using Limit Analysis [J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2002,128(7):546—557.
- [5] Xiao-Li Yang, Jian-Hua Yin. Slope Stability Analysis with Nonlinear Failure Criterion [J].**Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2004,130(3):267—273.
- [6] 杨强, 陈新, 周维垣. 岩土工程加固分析的弹塑性力学基础 [J]. 岩土力学, 2005, 26(4):553—557.
YANG Qiang, CHEN Xin, ZHOU Wei-yuan. Elastoplastic basis of geotechnical engineering reinforcement analysis [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005,26(4):553—557.
- [7] 杨强, 朱玲, 刘福深. 高拱坝坝肩稳定分析中拉裂面的作用机理研究 [J]. 水力发电, 2005,31(7):36—38.
YANG Qiang, ZHU Ling, LIU Fu-shen. On working mechanism of tensional surfaces in abutment stability analysis of arch dam [J]. **Water Power**, 2005,31(7):36—38.
- [8] 刘耀儒, 周维垣, 陈欣, 等. 基于 EBE 方法的三维有限元并行计算 [J]. 岩土力学, 2003, 24 (增刊 2):69—72.
LIU Yao-ru, ZHOU Wei-yuan, CHEN Xin, et al. Parallel 3-D finite element analysis using jacobi conditioned conjugate gradient based on element-by-element policy [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24 (Supp.2) :69—72.
- [9] 刘耀儒, 周维垣, 杨强, 等. 三维有限元并行计算及其工程应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (14) : 2 434—2 438.
LIU Yao-ru, ZHOU Wei-yuan, YANG Qiang, et al. Parallel 3-D finite element analysis and its application to hydraulic engineering [J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005,24(14):2 434 — 2 438.